

Prof. Dr. Alfred Toth

Trichotomien und Heteromorphismen

1. Ein semiotisches Dualsystem setzt sich aus einer Zeichenklasse und ihrer dualisierten (d.h. konvertierten) Realitätsthematik (vgl. Bense 1981, S. 99 ff.) zusammen und hat folgende allgemeine Form

$$DS = ZKl: (3.x, 2.y, 1.z) \times RTh: (z.1, y.2, x.3).$$

Da man ZKln bijektiv auf ihre Trichotomien abbilden kann, erhalten wir

$$ZKl = (x, y, z)$$

$$RTh = (z, y, x)$$

mit den beiden Abbildungen

$$\begin{array}{ccc} y & \leftarrow & x \\ | & & | \\ x & \rightarrow & y \circ x \rightarrow z \end{array} \quad \begin{array}{ccc} y & \leftarrow & z \\ | & & | \\ z & \rightarrow & y \circ z \rightarrow x \end{array}$$

2. Da die Triadenwerte also für alle ZKln (d.h. unabhängig von der Belegung der $3^3 = 27$ in DS möglichen Relationen) gleich sind, brauchen wir nur die Trichotomienwerte (Tt) zu variieren:

1. Tt = (1, 1, 1)

$$\begin{array}{ccc} 1 & \leftarrow & 1 \\ | & & | \\ 1 & \rightarrow & 1 \circ 1 \rightarrow 1 \end{array}$$

2. Tt = (2, 3, 1)

$$\begin{array}{ccc} 3 & \leftarrow & 2 \\ | & & | \\ 2 & \rightarrow & 3 \circ 2 \rightarrow 1 \end{array}$$

3. Tt = (3, 2, 3)

$$\begin{array}{ccc} 2 & \leftarrow & 3 \\ | & & | \\ 3 & \rightarrow & 2 \circ 3 \rightarrow 3 \end{array}$$

und erhalten den

SATZ. Die Werte (d.h. Domäne und Codomäne) der Heteromorphismen sind gleich den ersten zwei Zahlen ihrer ternären Folgen:

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{y \leftarrow x} & & \boxed{y \leftarrow z} \\
 | & & | \\
 \boxed{x \rightarrow y} \circ x \rightarrow z & & \boxed{z \rightarrow y} \circ z \rightarrow x
 \end{array}$$

In der folgenden vollständigen Liste der Trichotomiewerte sind die Werte der Heteromorphismen unterstrichen.

- | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| (<u>1</u> , <u>1</u> , 1) | (<u>2</u> , <u>1</u> , 1) | (<u>3</u> , <u>1</u> , 1) |
| (<u>1</u> , <u>1</u> , 2) | (<u>2</u> , <u>1</u> , 2) | (<u>3</u> , <u>1</u> , 2) |
| (<u>1</u> , <u>1</u> , 3) | (<u>2</u> , <u>1</u> , 3) | (<u>3</u> , <u>1</u> , 3) |
| (<u>1</u> , <u>2</u> , 1) | (<u>2</u> , <u>2</u> , 1) | (<u>3</u> , <u>2</u> , 1) |
| (<u>1</u> , <u>2</u> , 2) | (<u>2</u> , <u>2</u> , 2) | (<u>3</u> , <u>2</u> , 2) |
| (<u>1</u> , <u>2</u> , 3) | (<u>2</u> , <u>2</u> , 3) | (<u>3</u> , <u>2</u> , 3) |
| (<u>1</u> , <u>3</u> , 1) | (<u>2</u> , <u>3</u> , 1) | (<u>3</u> , <u>3</u> , 1) |
| (<u>1</u> , <u>3</u> , 2) | (<u>2</u> , <u>3</u> , 2) | (<u>3</u> , <u>3</u> , 2) |
| (<u>1</u> , <u>3</u> , 3) | (<u>2</u> , <u>3</u> , 3) | (<u>3</u> , <u>3</u> , 3) |

Das führt uns zu einem weiteren

Satz. Jeweils eine triadische Trichotomie (vgl. Bense 1975, S. 100 ff.) hat den gleichen Heteromorphismus.

3. Es gibt indessen ein Problem, denn Heteromorphismen haben zwar konverse Pfeile, aber die Domänen und Codomänen sind nicht vertauscht. Insgesamt gibt es sogar vier Möglichkeiten:

$$\begin{array}{cc}
 (\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) & (\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{y}) \\
 (\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x}) & (\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{x})
 \end{array}$$

„Regulär“ sind dabei nur die fettgedruckten Abbildungen. $(\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{x})$ ist sozusagen „Vorwärts durch Rückwärts“, und $(\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{x})$ ist „Rückwärts durch Vorwärts“.

Diese Trennung von Objekten und Morphismen hat große Ähnlichkeit mit den possessiv-copossessiven Relationen (vgl. Toth 2025)

$(x / y) \quad (x \setminus y)$

$(y / x) \quad (y \setminus x)$

bzw.

$(x_A, y_I) \quad (x_I, y_A)$

$(y_A, x_I) \quad (y_I, x_A).$

Kaehr hat dieses Problem auffälligerweise nirgendwo thematisiert; allerdings findet man in Kaehr (2007, S. 15)



wo die beiden Departures und die beiden Arrivals mit verschiedenen Städtenamen indiziert sind – also im Prinzip so wie oben bei A und I.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

Toth, Alfred, Transposition und Reflexion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

13.5.2025